Module : Les radicaux

A. Additionner et soustraire des radicaux
B. Multiplier et diviser des radicaux
C. Résolution d'équations ayant des radicaux

A. Additionner et soustraire des radicaux

Rappels :

Les radicaux qui ont le même radicande et le même indice sont des **radicaux semblables**.

Comme dans l'algèbre, on peut seulement additionner et soustraire les radicaux semblables.

Parfois, il est nécessaire de réécrire les radicaux sous forme composée ou entière pour déterminer les radicaux semblables.

Forme entière : $\sqrt{200}$ Forme composée : $10\sqrt{2}$

En 10e année, tu as appris comment transformer les radicaux en différentes formes.

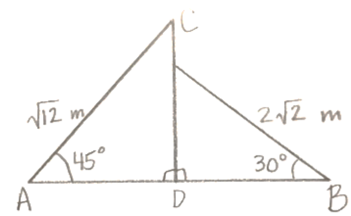
Ex. Effectue l'opération indiquée.

a) $\sqrt{50} + 3\sqrt{2}$

b) $-\sqrt{27} + 3\sqrt{5} - \sqrt{80} - 2\sqrt{12}$

c) $\sqrt{4x} - 4\sqrt{9x}$, où $x \geq 0$

Ex. Quelle est la longueur exacte du segment $\overline{AB}$?



Exercice 1 (pg 278) #2ac, 3, 6c, 10 et 14

B. Multiplier et diviser des radicaux

Multiplication

Quand on multiplie des radicaux, on doit multiplier les coefficients, puis multiplier les radicandes.

*La multiplication est possible seulement si les radicaux ont le même indice.

En général, $(m\sqrt[k]{a})(n\sqrt[k]{b}) = mn\sqrt[k]{ab}$, où k est un nombre naturel strictement positif et m, n, a et b sont des nombres réels. Si k est pair, alors $a \geq 0$ et $b \geq 0$.

Ex. Effectue les multiplications et simplifie le produit si possible.

a) $5\sqrt{3}(\sqrt{6})$

b) $-2\sqrt[3]{11}\,(4\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{3}\,)$

c) $(4\sqrt{2} + 3)(\sqrt{7} - 5\sqrt{14}\,)$

d) $-2\sqrt{11x}\,(4\sqrt{2x^3} - 3\sqrt{3}\,)$, où $x \geq 0$

Division

Quand on divise des radicaux, on doit diviser les coefficients, puis diviser les radicandes.

* La division est possible seulement si les radicaux ont le même indice.

Pour simplifier une expression qui comporte un radical au dénominateur, on doit **rationaliser** le dénominateur.

Pour rationaliser le dénominateur, on doit convertir une expression en un nombre rationnel sans changer sa valeur.

On fait ceci en multipliant le numérateur et le dénominateur par une quantité qui donnera un nombre rationnel au dénominateur.

C’est-à-dire, on élimine le radical dans le dénominateur, sans changer la valeur de l’expression.

C’est semblable à trouver le dénominateur commun quand on additionne ou soustrait des fractions.

Ex. $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

Ex. Divise et simplifie les expressions.

a) $\frac{2\sqrt{51}}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{-7}{2\sqrt[3]{9p}}$

Si le dénominateur est un binôme contenant une racine carrée, on doit multiplier le numérateur et le dénominateur par un **conjugué** du dénominateur.

Rappel : les conjugués sont deux facteurs binomiaux dont le produit est une différence de carrées. Ex. (a + b) et (a – b) sont des conjugués car leur produit est égal à (a^2 – b^2).

Ex. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{xy}) - (\sqrt{xy}) - (\sqrt{y})^2$

$x - y$

On finit par éliminer la somme (ce qui élimine le radical) et laisse des carrés parfaits.

c) $\frac{2}{3\sqrt{5}-4}$

d) $\frac{6}{\sqrt{4x}+1}$

Exercice 2 (pg 289) : #1d, 3b, 4cd, 6b, 7a, 11b, 18

C. Résolution d'équations ayant des radicaux

Quand on résout une équation contenant un ou des radicaux, il faut :

- Isoler un des radicaux;
- Pour éliminer une racine carrée, il faut élever au carré les deux membres de l'équation;
- Reconnaître toute restriction sur les valeurs de la variable. Rappels :
    - Un dénominateur ne peut pas être égal à 0,
    - Pour qu'un radical soit un nombre réel, le radicande doit être non négatif si l'indice du radical est un nombre pair.
- Déterminer s'il y a des racines étrangères en vérifiant si toutes les valeurs satisfont l'équation initiale. La vérification des solutions est **obligatoire** dans la résolution de ces équations.

Ex. Détermine toute restriction sur les valeurs de *x* dans l'équation $-8 + \sqrt{\frac{3x}{5}} = -2$ si le radical est un nombre réel. Ensuite, résous l'équation.

Ex. Détermine les restrictions sur les valeurs de t dans t - $\sqrt{2t+3}$ = 6 si l'équation présente des nombres réels. Ensuite, résous l'équation.

Ex. Résous l'équation $\sqrt{3+y} + \sqrt{2y-1} = 5$, où $y \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 3 (pg 300) : # 4c, 5, 6b, 8d, 9c, 10c et 14